Examen HAVO

2012

tijdvak 1
donderdag 24 mei
13.30 - 16.30 uur

wiskunde B

Bij dit examen hoort een uitwerkbijlage.

Dit examen bestaat uit 19 vragen.
Voor dit examen zijn maximaal 80 punten te behalen.
Voor elk vraagnummer staat hoeveel punten met een goed antwoord behaald kunnen worden.

Als bij een vraag een verklaring, uitleg of berekening vereist is, worden aan het antwoord meestal geen punten toegekend als deze verklaring, uitleg of berekening ontbreekt.

Geef niet meer antwoorden (redenen, voorbeelden e.d.) dan er worden gevraagd. Als er bijvoorbeeld twee redenen worden gevraagd en je geeft meer dan twee redenen, dan worden alleen de eerste twee in de beoordeling meegeteld.

Vliegende parkieten

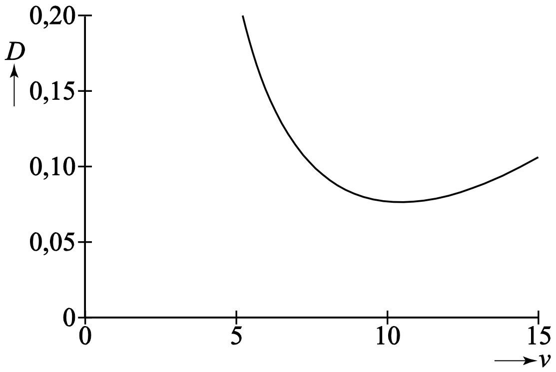
De wetenschapper Vance Tucker heeft onderzocht hoeveel energie een parkiet verbruikt bij het vliegen met verschillende snelheden.

Uit zijn onderzoek blijkt dat de hoeveelheid energie die een parkiet per meter bij een bepaalde snelheid verbruikt, bij benadering berekend kan worden met behulp van de formule

$$D = \frac{6,0}{v^2} + 0,00050v^2 - 0,033$$

Hierin is D het energieverbruik per meter (in Joule per meter, J/m) en v de snelheid in meter per seconde (m/s). De formule geldt voor $v > 5$.
In de figuur zie je de grafiek die bij deze formule hoort.

figuur



Een parkiet versnelt van 12 m/s naar 15 m/s.

4p **1** Bereken met hoeveel procent D toeneemt.

Als het energieverbruik per meter minder is dan 0,10 J/m, kan een parkiet heel lang blijven vliegen.

4p **2** Bereken bij welke snelheden dit het geval is. Geef je antwoord in meter per seconde in één decimaal nauwkeurig.

De snelheid waarbij het energieverbruik per meter minimaal is, heet de **kruissnelheid**. Om de kruissnelheid te berekenen, is de afgeleide van D nodig. Er geldt

$$\frac{\mathrm{d}D}{\mathrm{d}v} = -\frac{12,0}{v^3} + 0,00100v$$

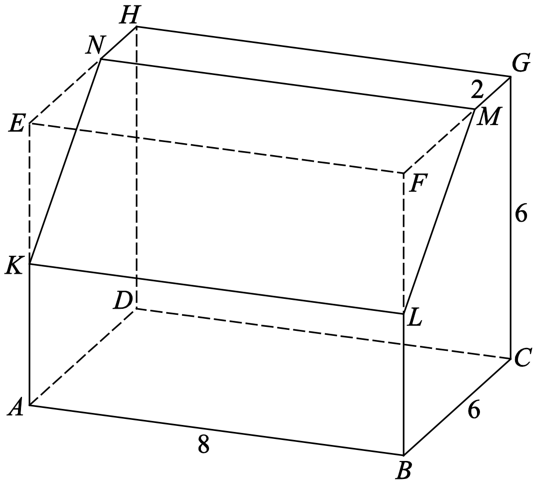
3p **3** Toon de juistheid van deze formule voor $\frac{\mathrm{d}D}{\mathrm{d}v}$ aan.

4p **4** Bereken op algebraïsche wijze de kruissnelheid van parkieten in meter per seconde. Rond daarna je antwoord af op één decimaal.

Prisma

Gegeven is balk $ABCD.EFGH$, met $AB = 8$ en $BC = CG = 6$. De punten K respectievelijk L zijn de middens van AE respectievelijk BF. De punten M en N liggen op FG en EH zo dat $HN = GM = 2$.

figuur 1



Van balk $ABCD.EFGH$ wordt een stuk afgesneden zodat prisma $ADHNK.BCGML$ ontstaat. Zie figuur 1.

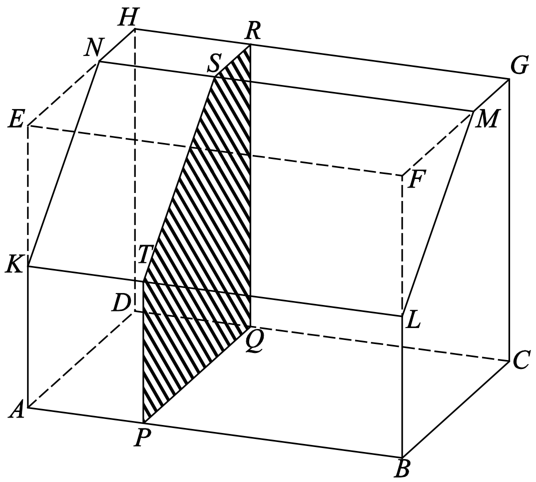
Op de uitwerkbijlage is een begin getekend van een uitslag van het prisma. Hierbij komt een lengte-eenheid van de balk in figuur 1 overeen met 0,5 cm.

4p **5** Maak deze uitslag af. Zet de namen bij alle hoekpunten.

Het prisma wordt doorsneden door het vlak $PQRST$. Dit vlak is evenwijdig aan $ADHNK$ en verdeelt prisma $ADHNK.BCGML$ in twee delen. Zie figuur 2.
De lengte van AP is zo gekozen dat de inhoud van het deel $ADHNK.PQRST$ een kwart is van de inhoud van balk $ABCD.EFGH$.

5p **6** Bereken de lengte van AP.

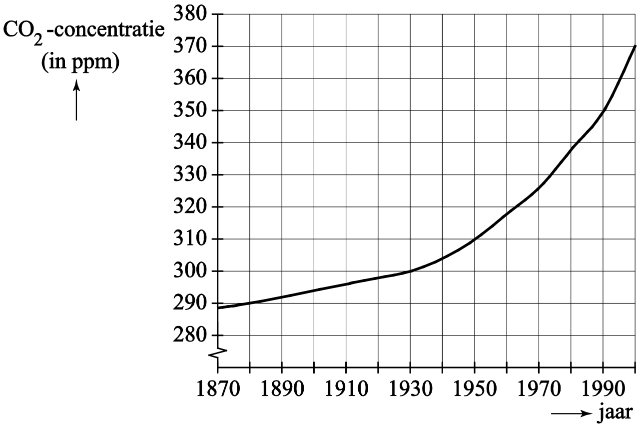
figuur 2



CO_2

Sinds 1870 meet men de CO_2-concentratie in de atmosfeer. De CO_2-concentratie wordt uitgedrukt in parts per million (ppm). Dit is het aantal CO_2-deeltjes per miljoen deeltjes. In de figuur kun je zien hoe de CO_2-concentratie in de atmosfeer is veranderd in de periode 1870-2000. Deze figuur is vergroot op de uitwerkbijlage weergegeven.

figuur



In het jaar 1900 veronderstelde de latere Nobelprijswinnaar Arrhenius dat de lineaire groei van de CO_2-concentratie zoals die toen al sinds 1880 optrad, zich op dezelfde manier zou voortzetten. Hij voorspelde hiermee hoeveel de CO_2-concentratie tussen 1900 en 2000 zou toenemen. De toename zoals die door Arrhenius is voorspeld, is veel kleiner dan de werkelijke toename tussen 1900 en 2000.

3p **7** Bepaal met behulp van de figuur op de uitwerkbijlage hoeveel ppm de door Arrhenius voorspelde toename te klein uitviel.

Na 1930 steeg de CO_2-concentratie sneller dan Arrhenius in 1900 had aangenomen. Een model dat beter past bij de gegevens van 1930 tot 2000 gaat uit van een **natuurlijk niveau** in de CO_2-concentratie met daar bovenop een bijdrage van de mens aan de CO_2-concentratie, de zogeheten **menselijke component**. Wetenschappers hebben kunnen vaststellen dat het natuurlijke niveau al eeuwen rond de 285 ppm schommelt. Voor de menselijke component vanaf 1930 wordt in het model uitgegaan van exponentiële groei.

In 1930 bedroeg de CO_2-concentratie 300 ppm. Hiervan was 285 ppm het natuurlijke niveau en 15 ppm de menselijke component. In 2000 was de CO_2-concentratie gestegen tot 370 ppm. Met behulp van deze gegevens kun je berekenen met hoeveel procent de menselijke component elke 10 jaar volgens het model toeneemt.

4p **8** Bereken deze procentuele toename per 10 jaar. Rond je antwoord af op een geheel aantal procenten.

Een formule die de CO_2-concentratie vanaf 1 juli 1930 goed benadert, is

$$C = 15 \cdot 1{,}025^t + 285$$

Hierin is C de CO_2-concentratie in ppm en t is de tijd in jaren na 1 juli 1930.

4p **9** Bereken met behulp van deze formule in welk jaar de menselijke component even groot zal zijn als het natuurlijke niveau.

Wortelfunctie

De functie f is gegeven door $f(x) = \sqrt{4x - 12}$.

De lijn met vergelijking $y = 2x - 5$ en de grafiek van f snijden elkaar niet.

5p **10** Toon dit op algebraïsche wijze aan.

Er bestaat precies één lijn die evenwijdig is aan de lijn $y = 2x - 5$ en die raakt aan de grafiek van f. Omdat deze lijn evenwijdig is aan de lijn $y = 2x - 5$ heeft deze een vergelijking van de vorm $y = 2x + b$.

7p **11** Bereken met behulp van differentiëren de exacte waarde van b.

De functie g is gegeven door $g(x) = \sqrt{x}$. De grafiek van f ontstaat uit de grafiek van g door twee transformaties na elkaar toe te passen.

3p **12** Geef aan welke twee transformaties dit kunnen zijn en in welke volgorde ze moeten worden toegepast.

Satellieten

Satellieten zijn objecten die om andere objecten, bijvoorbeeld de aarde, draaien. De tijd die een satelliet nodig heeft om een volledige ronde om de aarde te maken, wordt de **omlooptijd** genoemd. Bij benadering geldt de volgende formule:

$$T = 0{,}00995 \cdot r^{1\frac{1}{2}}$$

Hierin is T de omlooptijd in seconden en r de afstand in km van het middelpunt van de satelliet tot het middelpunt van de aarde.

foto

De bekendste satelliet van de aarde is de maan. De omlooptijd van de maan is ongeveer 28 dagen.

3p **13** Bereken de afstand tussen het middelpunt van de maan en het middelpunt van de aarde. Geef je antwoord in duizenden kilometers nauwkeurig.

In deze opgave wordt de aarde beschouwd als een bol. De straal van de aarde is ongeveer 6400 km.

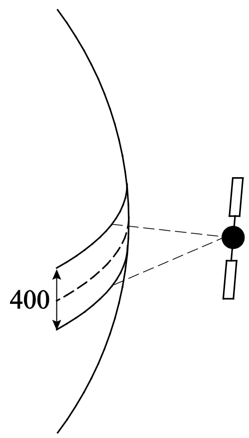
Een weersatelliet draait in een baan om de aarde op een constante hoogte van 800 km boven het aardoppervlak. Weersatellieten zijn klein vergeleken met de afstand tot de aarde. Ze mogen daarom als punten worden beschouwd.

5p **14** Bereken met welke snelheid deze weersatelliet om de aarde draait. Geef je antwoord in duizenden km/uur nauwkeurig.

Een satelliet draait in een baan om de aarde, recht boven de evenaar. De satelliet scant een deel van het aardoppervlak aan beide zijden van de evenaar. De totale breedte van de gescande strook is 400 km. Omdat dit klein is ten opzichte van de straal van de aarde, mag de strook als een cilindermantel worden beschouwd. Zie de figuur.

3p **15** Bereken hoeveel procent van het aardoppervlak door de satelliet wordt gescand. Rond je antwoord af op een geheel aantal procenten.

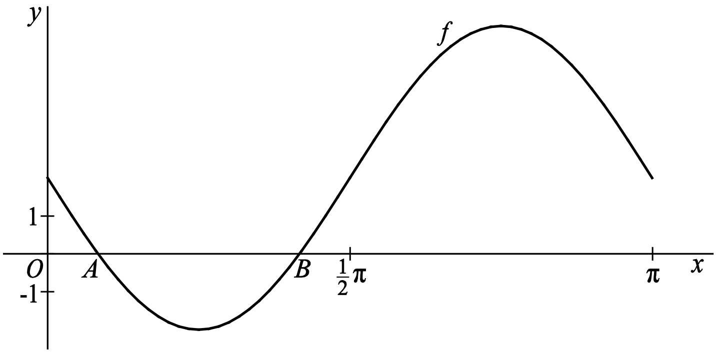
figuur



Sinusoïde

Op het domein $[0,\pi]$ is de functie f gegeven door $f(x) = 2 - 4\sin(2x)$.
De grafiek van f snijdt de x-as in de punten A en B. Zie de figuur.

figuur



4p **16** Bereken exact de x-coördinaten van de punten A en B.

Lijn l is de raaklijn aan de grafiek van f in het punt (0,2).

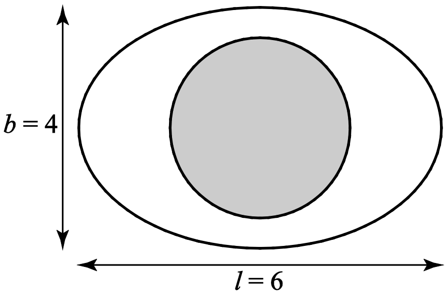
6p **17** Bereken exact de coördinaten van het snijpunt van l met de x-as.

Let op: de laatste vragen van dit examen staan op de volgende pagina.

Ei

In deze opgave bekijken we een **model-ei**. Dit model-ei is 6 cm lang en 4 cm breed. Het model-ei bevat eiwit en eigeel. Het eigeel is bolvormig en heeft een straal van $1\frac{1}{2}$ cm. Zie de figuur.

figuur



In deze opgave laten we de eierschaal buiten beschouwing.

Voor de inhoud I (in cm^3) van het model-ei geldt de formule

$I = \frac{1}{6} \cdot \pi \cdot b^2 \cdot l$

Hierin is l de lengte in cm en b de breedte in cm van het model-ei. Zie de figuur.

De inhouden van eiwit en eigeel in het model-ei verhouden zich exact als 23:9.

4p **18** Toon dit aan.

Een eirol is een cilindervormige rol die bestaat uit gekookt eiwit en eigeel. Eirollen worden gebruikt in restaurants en door cateringbedrijven. Zie de foto.

foto

Veronderstel dat bij het maken van eirollen alleen gebruik wordt gemaakt van model-eieren. Hierbij gaat geen eiwit of eigeel verloren.

De eirol wordt in gelijke plakjes gesneden. De plakjes zijn cirkelvormig met een diameter van 4,0 cm. In het midden van elk plakje zit een cirkelvormig stuk eigeel. De verhouding van de oppervlakten van eiwit en eigeel in de plakjes is ook 23:9.

5p **19** Bereken de diameter van het cirkelvormige stuk eigeel. Rond je antwoord in centimeter af op één decimaal.