Correctievoorschrift HAVO

2009

tijdvak 2

wiskunde B

Het correctievoorschrift bestaat uit:
1 Regels voor de beoordeling
2 Algemene regels
3 Vakspecifieke regels
4 Beoordelingsmodel
5 Inzenden scores

1 Regels voor de beoordeling

Het werk van de kandidaten wordt beoordeeld met inachtneming van de artikelen 41 en 42 van het Eindexamenbesluit v.w.o.-h.a.v.o.-m.a.v.o.-v.b.o. Voorts heeft de CEVO op grond van artikel 39 van dit Besluit de Regeling beoordeling centraal examen vastgesteld (CEVO-02-806 van 17 juni 2002 en bekendgemaakt in Uitleg Gele katern nr 18 van 31 juli 2002).
Voor de beoordeling zijn de volgende passages van de artikelen 36, 41, 41a en 42 van het Eindexamenbesluit van belang:

1. De directeur doet het gemaakte werk met een exemplaar van de opgaven, de beoordelingsnormen en het proces-verbaal van het examen toekomen aan de examinator. Deze kijkt het werk na en zendt het met zijn beoordeling aan de directeur. De examinator past de beoordelingsnormen en de regels voor het toekennen van scorepunten toe die zijn gegeven door de CEVO.
2. De directeur doet de van de examinator ontvangen stukken met een exemplaar van de opgaven, de beoordelingsnormen, het proces-verbaal en de regels voor het bepalen van de score onverwijld aan de gecommitteerde toekomen.
3. De gecommitteerde beoordeelt het werk zo spoedig mogelijk en past de beoordelingsnormen en de regels voor het bepalen van de score toe die zijn gegeven door de CEVO.

De gecommitteerde voegt bij het gecorrigeerde werk een verklaring betreffende de verrichte correctie. Deze verklaring wordt mede ondertekend door het bevoegd gezag van de gecommitteerde.

4 De examinator en de gecommitteerde stellen in onderling overleg het aantal scorepunten voor het centraal examen vast.

5 Indien de examinator en de gecommitteerde daarbij niet tot overeenstemming komen, wordt het geschil voorgelegd aan het bevoegd gezag van de gecommitteerde. Dit bevoegd gezag kan hierover in overleg treden met het bevoegd gezag van de examinator. Indien het geschil niet kan worden beslecht, wordt hiervan melding gemaakt aan de inspectie. De inspectie kan een derde onafhankelijke gecommitteerde aanwijzen. De beoordeling van de derde gecommitteerde komt in de plaats van de eerdere beoordelingen.

2 Algemene regels

Voor de beoordeling van het examenwerk zijn de volgende bepalingen uit de CEVO-regeling van toepassing:

1 De examinator vermeldt op een lijst de namen en/of nummers van de kandidaten, het aan iedere kandidaat voor iedere vraag toegekende aantal scorepunten en het totaal aantal scorepunten van iedere kandidaat.

2 Voor het antwoord op een vraag worden door de examinator en door de gecommitteerde scorepunten toegekend, in overeenstemming met het beoordelingsmodel. Scorepunten zijn de getallen 0, 1, 2, ..., n, waarbij n het maximaal te behalen aantal scorepunten voor een vraag is. Andere scorepunten die geen gehele getallen zijn, of een score minder dan 0 zijn niet geoorloofd.

3 Scorepunten worden toegekend met inachtneming van de volgende regels:

3.1 indien een vraag volledig juist is beantwoord, wordt het maximaal te behalen aantal scorepunten toegekend;

3.2 indien een vraag gedeeltelijk juist is beantwoord, wordt een deel van de te behalen scorepunten toegekend, in overeenstemming met het beoordelingsmodel;

3.3 indien een antwoord op een open vraag niet in het beoordelingsmodel voorkomt en dit antwoord op grond van aantoonbare, vakinhoudelijke argumenten als juist of gedeeltelijk juist aangemerkt kan worden, moeten scorepunten worden toegekend naar analogie of in de geest van het beoordelingsmodel;

3.4 indien slechts één voorbeeld, reden, uitwerking, citaat of andersoortig antwoord gevraagd wordt, wordt uitsluitend het eerstgegeven antwoord beoordeeld;

3.5 indien meer dan één voorbeeld, reden, uitwerking, citaat of andersoortig antwoord gevraagd wordt, worden uitsluitend de eerstgegeven antwoorden beoordeeld, tot maximaal het gevraagde aantal;

3.6 indien in een antwoord een gevraagde verklaring of uitleg of afleiding of berekening ontbreekt dan wel foutief is, worden 0 scorepunten toegekend, tenzij in het beoordelingsmodel anders is aangegeven;

3.7 indien in het beoordelingsmodel verschillende mogelijkheden zijn opgenomen, gescheiden door het teken /, gelden deze mogelijkheden als verschillende formuleringen van hetzelfde antwoord of onderdeel van dat antwoord;

3.8 indien in het beoordelingsmodel een gedeelte van het antwoord tussen haakjes staat, behoeft dit gedeelte niet in het antwoord van de kandidaat voor te komen.

3.9 indien een kandidaat op grond van een algemeen geldende woordbetekenis, zoals bijvoorbeeld vermeld in een woordenboek, een antwoord geeft dat vakinhoudelijk onjuist is, worden aan dat antwoord geen scorepunten toegekend, of tenminste niet de scorepunten die met de vakinhoudelijke onjuistheid gemoeid zijn.

4 Het juiste antwoord op een meerkeuzevraag is de hoofdletter die behoort bij de juiste keuzemogelijkheid. Voor een juist antwoord op een meerkeuzevraag wordt het in het beoordelingsmodel vermelde aantal punten toegekend. Voor elk ander antwoord worden geen scorepunten toegekend. Indien meer dan één antwoord gegeven is, worden eveneens geen scorepunten toegekend.

5 Een fout mag in de uitwerking van een vraag maar één keer worden aangerekend, tenzij daardoor de vraag aanzienlijk vereenvoudigd wordt en/of tenzij in het beoordelingsmodel anders is vermeld.

6 Een zelfde fout in de beantwoording van verschillende vragen moet steeds opnieuw worden aangerekend, tenzij in het beoordelingsmodel anders is vermeld.

7 Indien de examinator of de gecommitteerde meent dat in een examen of in het beoordelingsmodel bij dat examen een fout of onvolkomenheid zit, beoordeelt hij het werk van de kandidaten alsof examen en beoordelingsmodel juist zijn. Hij kan de fout of onvolkomenheid mededelen aan de CEVO. Het is niet toegestaan zelfstandig af te wijken van het beoordelingsmodel. Met een eventuele fout wordt bij de definitieve normering van het examen rekening gehouden.

8 Scorepunten worden toegekend op grond van het door de kandidaat gegeven antwoord op iedere vraag. Er worden geen scorepunten vooraf gegeven.

9 Het cijfer voor het centraal examen wordt als volgt verkregen.
Eerste en tweede corrector stellen de score voor iedere kandidaat vast. Deze score wordt meegedeeld aan de directeur.
De directeur stelt het cijfer voor het centraal examen vast op basis van de regels voor omzetting van score naar cijfer.

NB Het aangeven van de onvolkomenheden op het werk en/of het noteren van de behaalde scores bij de vraag is toegestaan, maar niet verplicht.

3 Vakspecifieke regels

Voor dit examen kunnen maximaal 81 scorepunten worden behaald.

Voor dit examen zijn de volgende vakspecifieke regels vastgesteld:

1 Voor elke rekenfout of verschrijving in de berekening wordt één punt afgetrokken tot het maximum van het aantal punten dat voor dat deel van die vraag kan worden gegeven.

2 De algemene regel 3.6 geldt ook bij de vragen waarbij de kandidaten de Grafische rekenmachine (GR) gebruiken. Bij de betreffende vragen doen de kandidaten er verslag van hoe zij de GR gebruiken.

4 Beoordelingsmodel

Vraag	Antwoord	Scores

Kaas

1 maximumscore 3

- De oppervlakte van de rechthoek is $30 \cdot 10 = 300$ (cm^2) 1
- De oppervlakte van de twee halve cirkels is samen $\pi \cdot 5^2$ (≈ 79)(cm^2) 1
- De oppervlakte van de vlakke zijkant is 379 cm^2 1

2 maximumscore 4

- De hoogte van een rechthoekige driehoek met schuine zijde 20 en basishoek 40° moet worden berekend 1
- De hoogte is $20 \cdot \sin 40°$ ($\approx 12{,}9$) 2
- De binnenkant van het doosje moet minimaal 13 cm hoog zijn 1

3 maximumscore 6

- $\frac{1}{6}\pi \cdot 8^3 + \frac{1}{8}\pi^2 \cdot d \cdot 8^2 + \frac{1}{4}\pi \cdot d^2 \cdot 8 = 5000$ 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking opgelost kan worden 1
- $d \approx 21{,}9$ ($d \approx -34{,}4$ voldoet niet) 1
- De totale diameter van een kaas is (ongeveer) $21{,}9 + 2 \cdot 4 = 29{,}9$ (cm) 1
- $\frac{350}{29{,}9} \approx 11{,}7$ 1
- Dus er passen maximaal 11 kazen naast elkaar 1

4 maximumscore 4

- $d = 0$ invullen in de formule geeft $V = \frac{1}{6}\pi \cdot h^3$ 1
- $h = 2r$ 1
- Invullen van $h = 2r$ in bovenstaande formule geeft $V = \frac{1}{6}\pi \cdot 8r^3$ 1
- Dit geeft $V = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3$ en dit is de bekende formule voor de inhoud van een bol met straal r 1

Atomium

5 maximumscore 4

- De oppervlakte van één bol is $4\pi \cdot 9^2 = 324\pi$ (m^2) 1
- Er zijn 40 aanhechtingen van een buis aan een bol (met toelichting) 1
- De totale oppervlakte van de bekleding van de bollen is $9 \cdot 324\pi - 40 \cdot 7 - 750 \approx 8131$ m^2 (of ongeveer $8{,}1 \cdot 10^3$ m^2) 2

6 maximumscore 4

- Het bovenaanzicht is een regelmatige zeshoek — 1
- Het middelpunt is $G = M = A$ — 1
- De hoekpunten van de zeshoek zijn met het middelpunt verbonden — 1
- De hoekpunten zijn (met de wijzers van de klok mee) H, D, C, B, F, E — 1

7 maximumscore 5

- $\pi r^2 = 240$ met r de straal van het vloeroppervlak — 1
- $r \approx 8,74$ — 1
- De afstand van een verdieping tot het midden van de bol is $\sqrt{9^2 - 8,74^2} \approx 2,15$ (m) — 2
- De afstand tussen twee verdiepingen is $2 \cdot 2,15 \approx 4,3$ m — 1

Product van twee sinusoïden

8 maximumscore 4

- $f(x) = 2\sin x + 2\sin^2 x$ — 1
- $f'(x) = 2\cos x + 4\sin x \cos x$ — 2
- Herleiden tot $f'(x) = 2\cos x \cdot (1 + 2\sin x)$ — 1

of

- $f'(x) = 2\cos x \cdot (1 + \sin x) + 2\sin x \cdot \cos x$ — 2
- $f'(x) = 2\cos x + 4\cos x \cdot \sin x$ — 1
- Herleiden tot $f'(x) = 2\cos x \cdot (1 + 2\sin x)$ — 1

9 maximumscore 6

- $f'(x) = 0$ geeft $\cos x = 0$ of $\sin x = -\frac{1}{2}$ — 1
- $x = \frac{1}{2}\pi$ of $x = 1\frac{1}{6}\pi$ — 2
- $f(\frac{1}{2}\pi) = 2\sin\frac{1}{2}\pi \cdot (1 + \sin\frac{1}{2}\pi) = 4$ — 1
- $f(1\frac{1}{6}\pi) = 2\sin 1\frac{1}{6}\pi \cdot (1 + \sin 1\frac{1}{6}\pi) = -\frac{1}{2}$ — 1
- Dus het minimum van f is $-\frac{1}{2}$ en het maximum is 4 — 1

of

- $\sin x$ is maximaal 1 — 1
- Dit is het geval voor $x = \frac{1}{2}\pi$ (deze waarde valt binnen het domein) — 1
- Het maximum van f is $2 \cdot 1 \cdot (1 + 1) = 4$ — 1
- De waarde van $2p(1 + p)$ is minimaal voor $p = -\frac{1}{2}$ (het midden tussen de nulpunten 0 en –1) — 1
- $\sin x = -\frac{1}{2}$ voor $x = 1\frac{1}{6}\pi$ (deze waarde valt binnen het domein) — 1
- Het minimum van f is $2 \cdot -\frac{1}{2} \cdot (1 - \frac{1}{2}) = -\frac{1}{2}$ — 1

Sluipwespen

10 maximumscore 3

- Het aantal larven met eitjes afgelezen uit de grafiek is 47 — 1
- Het aantal volgens de formule is $64 \cdot (1 - 0{,}6^{0{,}02 \cdot 100}) = 40{,}96$ — 1
- Het verschil is 47 – 41 = 6 larven (of: 47 – 40 = 7 larven) — 1

Opmerking
Als de kandidaat als antwoord –6 larven (of –7 larven) heeft gevonden, hier geen punten voor aftrekken.

11 maximumscore 4

- Als L toeneemt, nadert de waarde van $0{,}06^{0{,}02L}$ tot nul (maar is nooit kleiner dan nul) — 2
- De waarde van $1 - 0{,}06^{0{,}02L}$ nadert tot 1 (maar is nooit groter dan 1) — 1
- De waarde van $64 \cdot (1 - 0{,}6^{0{,}02L})$ nadert tot 64 maar is nooit groter dan 64. De grenswaarde van E is dus 64 — 1

Gebroken functie met rechthoek

12 maximumscore 3

- $\frac{1}{x} + 1 = \frac{4}{3}$ — 1
- $x = 3$ — 1
- De omtrek van $OABC$ is $2 \cdot \frac{4}{3} + 2 \cdot 3 = 8\frac{2}{3}$ — 1

13 maximumscore 3

- Voor de oppervlakte S van rechthoek $OABC$ geldt: $S = b \cdot (\frac{1}{b} + 1)$ — 1
- $S = 1 + b$ — 1
- Omdat $b > 0$ geldt dat $S > 1$ — 1

14 maximumscore 4

- $f'(x) = -\frac{1}{x^2}$ — 2
- Er moet gelden $-\frac{1}{x^2} = -\frac{1}{2}$ — 1
- $x = \sqrt{2}$ ($x = -\sqrt{2}$ voldoet niet), (dus de x-coördinaat van B is $\sqrt{2}$) — 1

Bumpersticker

15	**maximumscore 6**	
	• In driehoek MGE geldt: $EG^2 + GM^2 = EM^2$	1
	• $EG = p$, $GM = r - 2$ en $EM = r$, dus $p^2 + (r-2)^2 = r^2$	2
	• Dit geeft: $p^2 + r^2 - 4r + 4 = r^2$	1
	• Hieruit volgt: $4r = p^2 + 4$	1
	• Delen door 4 leidt tot: $r = \frac{1}{4}p^2 + 1$	1
16	**maximumscore 3**	
	• $p^2 - 20p + 116 - 8(\frac{1}{4}p^2 + 1) = 0$	1
	• $p^2 - 20p + 116 - 2p^2 - 8 = 0$	1
	• $-p^2 - 20p + 108 = 0$ en dus $p^2 + 20p - 108 = 0$	1
17	**maximumscore 6**	
	• Beschrijven hoe de vergelijking $p^2 + 20p - 108 = 0$ opgelost kan worden	1
	• $p \approx 4{,}42$ ($p \approx -24{,}42$ voldoet niet)	1
	• Invullen van de gevonden waarde van p in vergelijking I geeft $r \approx 5{,}9$	1
	• De lijn HM is op de juiste plaats getekend (de waarde van p is correct uitgezet)	1
	• De middelpunten van de cirkelbogen zijn op de juiste plaats getekend (de waarde van r is correct uitgezet) en de cirkelbogen zijn correct getekend	2

Wortelfunctie en raaklijn

18	**maximumscore 4**	
	• $f'(x) = \dfrac{6}{\sqrt{9+3x}}$ (of een minder ver uitgewerkte vorm)	3
	• $f'(9) = \dfrac{6}{\sqrt{36}} = 1$	1

Opmerking
Als de kettingregel vergeten is, hiervoor 2 punten aftrekken.

19	**maximumscore 5**	
	• Voor *m* geldt: $y = x + b$	1
	• Het invullen van het punt $(9, 24)$ geeft $b = 15$	1
	• $f(0) = 12$ dus $AB = 15 - 12 = 3$	1
	• De oppervlakte van driehoek *ASB* is $\frac{1}{2} \cdot AB \cdot 9$	1
	• Dus de oppervlakte is $\frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 9 = 13\frac{1}{2}$	1

5 Inzenden scores

Verwerk de scores van de alle kandidaten per school in het programma WOLF.
Zend de gegevens uiterlijk op 26 juni naar Cito.