

Voor dit examen zijn maximaal 90 punten te behalen; het examen bestaat uit 21 vragen. Voor elk vraagnummer is aangegeven hoeveel punten met een goed antwoord behaald kunnen worden.

Als bij een vraag een verklaring, uitleg of berekening vereist is, worden aan het antwoord meestal geen punten toegekend als deze verklaring, uitleg of berekening ontbreekt.

Geef niet meer antwoorden (redenen, voorbeelden e.d.) dan er worden gevraagd. Als er bijvoorbeeld twee redenen worden gevraagd en je geeft meer dan twee redenen, dan worden alleen de eerste twee in de beoordeling meegeteld.

Servicekosten

Een flat bestaat uit vijf woonlagen. Woonlaag 1 bevindt zich op de begane grond, woonlaag 2 op de eerste verdieping, woonlaag 3 op de tweede verdieping, enzovoort. Op elke woonlaag zijn evenveel woningen.

De woonlagen zijn te bereiken via een trappenhuis. De kosten van de verlichting van dit trappenhuis bestaan uit energiekosten en kosten die worden gemaakt in verband met het vervangen van lampen. Deze servicekosten moeten door de bewoners van de flat worden betaald. De verhuurder verdeelt de jaarlijkse kosten van 720 euro gelijkmatig over de woonlagen. Iedere woonlaag moet dus 144 euro betalen.

De bewoners van woonlaag 1 maken hiertegen bezwaar. Voor hen hoeft er alleen op woonlaag 1 in het trappenhuis licht te branden, dus waarom zouden ze voor de vier andere woonlagen betalen?

De verhuurder voelt iets voor dit argument. Hij laat elke andere woonlaag twee keer zo veel betalen als woonlaag 1.

- 3p **1** Bereken het bedrag dat woonlaag 1 moet betalen.

Nu komen de bewoners van woonlaag 2 in opstand. Ze willen wel betalen voor het licht in het trappenhuis op woonlaag 1 en 2. Maar voor de verlichting op de hogere woonlagen willen ze niet betalen.

De verhuurder laat de bewoners alleen betalen voor de verlichting die ze daadwerkelijk 'gebruiken'. De bedragen voor de woonlagen verhouden zich dan als 1:2:3:4:5.

- 4p **2** Bereken voor elke woonlaag het bedrag dat betaald moet worden.

De verhuurder bezit ook andere flats, waarvan sommige met veel meer woonlagen. Ook daar worden de servicekosten verdeeld over de woonlagen in de verhouding 1:2:3:4:... . Om de kosten in een flat op deze manier te verdelen, heeft de verhuurder de volgende formule opgesteld:

$$P = \frac{200k}{n(n+1)}$$

Hierin is P het percentage van de servicekosten dat de k^{e} woonlaag moet betalen in een flat met n woonlagen.

- 4p **3** Toon aan dat de bovenste drie woonlagen van een flat, bestaande uit 21 woonlagen, meer dan $\frac{1}{4}$ deel van de servicekosten moeten betalen.

In een flat betaalt de tweede woonlaag minder dan 1% van de servicekosten.

- 5p **4** Hoeveel woonlagen heeft deze flat minstens? Licht je antwoord toe.

Uit de wielersport komen de laatste jaren regelmatig berichten over dopinggebruik. Wielrenners lijken steeds vaker naar verboden middelen te grijpen om hun prestaties te verhogen. Een van de meest genoemde stoffen is *erythropoëtine*, kortweg EPO. Dit middel bevordert de aanmaak van rode bloedlichaampjes, waardoor de zuurstoftransportfunctie van het bloed wordt vergroot. Je gaat hierdoor beter presteren. De *hematocrietwaarde* is de hoeveelheid rode bloedlichaampjes als percentage van de totale hoeveelheid bloed. Die hematocrietwaarde stijgt dus als een wielrenner EPO gaat gebruiken.

Bij een wielervedstrijd in 1997 heeft men de hematocrietwaarde van een aantal wielrenners gemeten. Daarvan staan de meetresultaten in tabel 1.

tabel 1

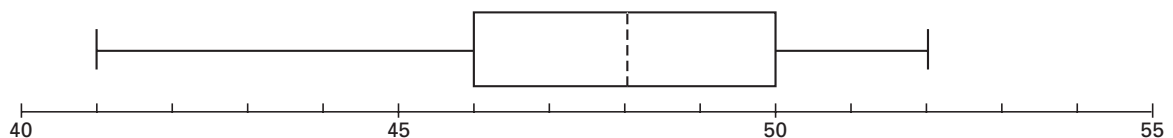
Hematocrietwaarde	41	42	43	44	45	46	47	48	49
Frequentie	2	3	5	11	15	8	4	3	2

Hematocrietwaarde	50	51	52	53	54	55	56	57
Frequentie	1	0	0	1	2	0	0	1

- 4p **5** Bereken de gemiddelde hematocrietwaarde van deze wielrenners.

Ook in 1998 en 1999 heeft men bij deze wielervedstrijd van een aantal wielrenners de hematocrietwaarde gemeten. In 1998 was de gemiddelde hematocrietwaarde 45,9. De hematocrietwaarden uit 1999 zijn verwerkt in onderstaande boxplot.

boxplot



- 4p **6** Toon aan dat, op grond van de boxplot, de gemiddelde hematocrietwaarde in 1999 zeker groter was dan in 1998.

In de rest van deze opgave gaan we er van uit dat voor wielrenners die geen EPO gebruiken, geldt: de hematocrietwaarde is normaal verdeeld met een gemiddelde van 45 en een standaardafwijking van 2,7.

- 5p **7** Hoeveel procent van de wielrenners die geen EPO gebruiken, heeft een hematocrietwaarde die hoger is dan 46? Licht je antwoord toe.

Het gebruik van EPO is lastig aan te tonen, maar de hematocrietwaarde kan wel worden gemeten. Iedere wielrenner met een te hoge hematocrietwaarde krijgt een startverbod opgelegd. De UCI, de internationale wielerbond, hanteert een grens van 50. Volgens de UCI is er voor een wielrenner met een hematocrietwaarde boven die grens een gezondheidsrisico wanneer hij aan wedstrijden deelneemt. Een te hoge hematocrietwaarde is geen bewijs voor EPO-gebruik, want sommigen hebben van nature een hoge hematocrietwaarde en zijn dus 'onschuldig'.

Volgens sommigen is die grens van 50 te streng. Er zouden dan te veel onschuldige wielrenners worden gestraft met een startverbod.

Deze critici stellen voor de grens te veranderen. Van de wielrenners die geen EPO gebruiken, zal dan 1% een startverbod krijgen wegens een te hoge hematocrietwaarde.

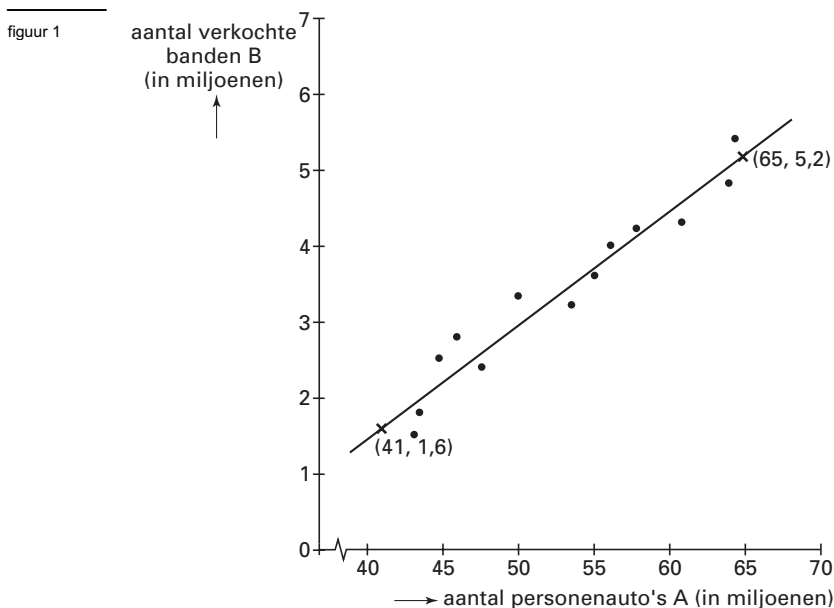
- 4p **8** Hoe groot zou die nieuwe grens moeten zijn? Licht je antwoord toe.

Autobanden

In 1995 voorspelde men dat er in 2003 in de VS 80 miljoen personenauto's zullen zijn. Deze voorspelling was gebaseerd op het aantal personenauto's in 1995 en een jaarlijks groeipercentage van 3,5%.

- 4p **9** □ Bereken het aantal personenauto's in 1995.

Drivewell, een fabriek in de VS die banden voor personenauto's produceert, onderzocht het verband tussen het aantal personenauto's in de VS en het aantal banden dat deze fabriek verkoopt. Uit dit onderzoek blijkt dat het aantal banden dat Drivewell verkoopt bij benadering lineair afhankelijk is van het aantal personenauto's in de VS. Zie figuur 1.



De getekende lijn gaat door de punten (41; 1,6) en (65; 5,2). Daarmee kun je een vergelijking van de lijn opstellen.

- 6p **10** □ Bereken met behulp van een vergelijking van deze lijn het aantal banden dat Drivewell waarschijnlijk zal verkopen in 2003.

Drivewell heeft slechts één belangrijke concurrent, GoodDay.

De winst van Drivewell is onder andere afhankelijk van de eigen reclame-uitgaven, maar blijkt ook afhankelijk te zijn van de reclame-uitgaven van concurrent GoodDay.

De winst voor Drivewell is maximaal wanneer de reclame-uitgaven op de volgende manier op de reclame-uitgaven van GoodDay worden afgestemd:

$$D = 9300 \cdot G^{0,5} - G$$

Hierin is D de reclame-uitgaven van Drivewell (in dollars) en G de reclame-uitgaven van GoodDay (in dollars).

Verder is uit de praktijk gebleken dat GoodDay per jaar niet meer dan 60 000 000 (60 miljoen) dollar aan reclame uitgeeft.

De directie van Drivewell gebruikt deze formule om de eigen reclame-uitgaven te berekenen.

In een zeker jaar bedragen de reclame-uitgaven van Drivewell 10 000 000 dollar.

- 4p **11** □ Hoe groot waren de reclame-uitgaven van GoodDay in dat jaar? Licht je antwoord toe.
- 5p **12** □ Onderzoek, met behulp van de grafische rekenmachine, hoe hoog het bedrag is dat Drivewell maximaal per jaar aan reclame moet uitgeven.
- 5p **13** □ Stel de afgeleide functie van D op, bereken daarmee $D'(10\,000\,000)$ en leg uit wat de betekenis van dit getal is voor de reclame-uitgaven van Drivewell.

Memory

Memory is een spel dat je speelt met kaarten. Op iedere kaart staat een plaatje. Elk plaatje komt twee keer voor. Bij het begin van het spel liggen de kaarten op tafel met de plaatjes naar beneden. Als je aan de beurt bent, mag je twee kaarten omdraaien. Zijn de plaatjes hetzelfde, dan pak je de twee kaarten weg en mag je nog een keer. Zijn de plaatjes verschillend, dan leg je de kaarten weer met de plaatjes naar beneden op hun plaats en is de volgende speler aan de beurt. Wie de meeste kaarten verzamelt, wint het spel.

Peter en Anneke spelen Memory met 16 kaarten, dus met 8 verschillende plaatjes. Peter is als eerste aan de beurt en draait twee kaarten om.

- 3p **14** □ Toon aan dat de kans op twee kaarten met dezelfde plaatjes gelijk is aan $\frac{1}{15}$.

In de rest van deze opgave spelen Rianne en Widolf het spel met acht kaarten. De plaatjes zijn: 2 vierkanten, 2 cirkels, 2 driehoeken en 2 rechthoeken.

Rianne mag beginnen.

- 5p **15** □ Bereken de kans dat zij in haar eerste beurt alle kaarten wegpakt.

Rianne draait bij haar eerste beurt de beide kaarten met de rechthoeken om. Die twee kaarten zijn dus voor haar. Ze blijft aan de beurt en draait een kaart om met een vierkant en een met een cirkel. Zie figuur 2.

figuur 2



Rianne en Widolf weten welke plaatjes op de vier kaarten staan die nog niet zijn omgedraaid. Maar ze weten niet op welke plaats welk plaatje ligt. Er zijn immers nog heel wat mogelijkheden om deze plaatjes op vier plaatsen te rangschikken.

- 4p **16** □ Bereken hoeveel verschillende mogelijkheden er zijn.

Tijdens het spel is de volgende situatie ontstaan. Er liggen nog vier kaarten op tafel en Widolf is aan de beurt. Hij weet dat op de tweede kaart een vierkant staat. Zie figuur 3. Op de andere drie kaarten staan nog een vierkant en twee keer een driehoek.

figuur 3



↑
Widolf weet dat op deze kaart een vierkant staat

Widolf wil de laatste twee paren kaarten in één beurt pakken, dus zonder dat Rianne nog aan de beurt komt. Hij heeft dan twee mogelijke strategieën:

- strategie 1: hij draait eerst de kaart om waarvan hij weet dat er een vierkant op staat;
 - strategie 2: hij draait eerst een van de drie andere kaarten om.
- Strategie 2 is de slimste aanpak, omdat Widolf daarmee de grootste kans heeft om zijn doel te bereiken.

- 6p **17** □ Toon dit aan door voor beide strategieën de kans op succes te berekenen.

Let op: de laatste vragen van dit examen staan op de volgende pagina.

Nieuwe tijden

Swatch, het trendy Zwitserse horlogemerak, heeft een nieuw tijdsysteem bedacht naast het huidige tijdsysteem. In ons gewone tijdsysteem geven we de tijd aan in uren, minuten en seconden. Het nadeel hierbij is dat het niet overal op aarde even laat is. Daarom moet je goed nadenken hoe laat je vanuit Nederland moet bellen om bijvoorbeeld iemand in New York tijdens zijn lunch te bereiken.

In dat nieuwe tijdsysteem is het overal op de wereld even laat. Het nieuwe systeem werkt als volgt. Een etmaal van 24 uur wordt verdeeld in 1000 eenheden, *beats* genaamd. Daarbij heeft men afgesproken dat 000 beat valt op middernacht in Zwitserland, waar Swatch vandaan komt. Wanneer het daar 570 beat is, is het overal op de wereld 570 beat. De notatie in beats is als volgt: @570.

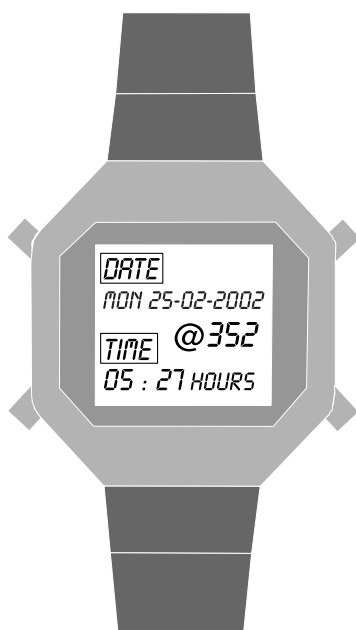
3p **18** □ Toon aan dat 1 beat 86,4 seconden duurt.

De aarde is verdeeld in 24 verschillende tijdzones. Deze zones zijn vastgelegd ten opzichte van de nulmeridiaan die door Greenwich in Groot-Brittannië loopt. Zo ligt Zwitserland net als Nederland in tijdzone GMT+1. Dat wil zeggen dat het hier 1 uur later is dan op de nulmeridiaan. De stad New York, waar het 5 uur vroeger is dan op de nulmeridiaan, ligt in tijdzone GMT−5.

Je neemt vanuit Taiwan om @470 contact op met iemand in Nederland.

4p **19** □ Bereken in minuten nauwkeurig hoe laat het dan in Nederland is volgens het gewone tijdsysteem.

figuur 4



In figuur 4 zie je een horloge dat de tijd weergeeft volgens beide tijdsystemen.

4p **20** □ Van welke tijdzone geeft dit horloge de tijd aan? Licht je antwoord toe.

Met een formule kan elk tijdstip in Zwitserland (in uren, minuten en seconden) worden omgerekend naar beats. Deze formule is van de volgende vorm:

$$B = a \cdot U + b \cdot M + c \cdot S$$

Hierbij zijn U , M en S respectievelijk de aantallen uren, minuten en seconden in het huidige tijdsysteem en B de bijbehorende tijd in beats.

4p **21** □ Bereken in 4 decimalen nauwkeurig de waarden van a , b en c .

Einde